

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :

<http://www.twitter.com/TunisieEtudes>

Notre page FaceBook :

<http://www.facebook.com/TunisieEtudes>

The screenshot shows the homepage of Tunisia-études.info. At the top, there is a navigation bar with the site name 'TUNISIE-ETUDES.INFO' and three menu items: 'Tous les documents', 'BAC', and 'Avis de co'. Below this is a 'Newsflash' section with a blue background and white text, stating: 'Tunisie-etudes.info vous aide dans votre préparation pour le concours de l'ENA. Documents de préparation pour le concours national tunisien de l'ENA'. A 'Home' button is visible below the newsflash. On the left side, there is a 'Main Menu' with a list of links: Home, News, Web Links, Documents, Primaire, Collège, Secondaire, and Supérieur. The main content area features a 'BIENVENUE SUR TUNISIE-ETUDES.INFO' section with a sub-heading 'Avis de concours', 'Écrit par Administrateur', and a date 'Mercredi, 20 Janvier 2010 08:47'. The text below reads: 'Accéder aux derniers avis de concours publier par les entreprises tunisiennes au jour le jour directement sur votre site' and includes a link 'Avis de concours en direct'. At the bottom of this section, there are links for 'Accès aux documents' and 'Retrouvez nous sur FaceBook'.

Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

www.tunisie-etudes.info – www.algointro.info

Exercice 1 :

1. c) ; 2.a) ; 3.c) ; 4. c)

Exercice 2 :

1. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{1}{\frac{e^x}{x}} - \frac{1}{e^x} = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^x} = 0$ donc la droite $\Delta : y = x$ est asymptote à (\mathcal{C}) au voisinage de $+\infty$.

c) Pour tout x positif, $f(x) - x = (x - 1)e^{-x}$.

$f(x) - x = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ donc (\mathcal{C}) coupe (Δ) au point $A(1, 1)$

$f(x) - x > 0 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ donc (\mathcal{C}) est au dessus de (Δ) sur $]1, +\infty[$

$f(x) - x < 0 \Leftrightarrow x < 1$ donc (\mathcal{C}) est au dessous de (Δ) sur $[0, 1[$.

2. a) On a :

✓ f est continue et strictement croissante sur $[0, +\infty[$

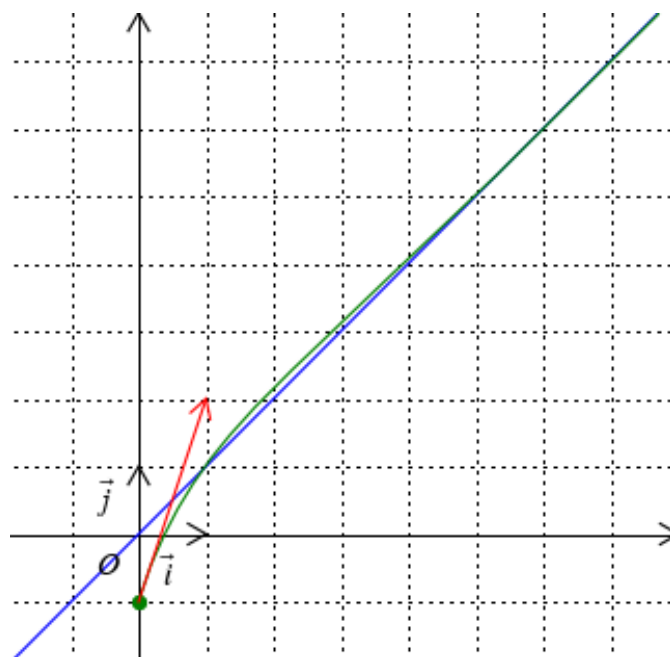
✓ $f([0, +\infty[) = [f(0), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[= [-1, +\infty[$

✓ $0 \in [-1, +\infty[$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans \mathbb{R}_+ .

D'autre part, $f(0) = -1$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,19$ donc $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

b)



3. a) On a : $u_1 = \int_{\alpha}^1 f(x) dx = \int_{\alpha}^1 x dx + \int_{\alpha}^1 (x-1)e^{-x} dx$

Or : $\int_{\alpha}^1 x dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_{\alpha}^1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{2}$

Calculons, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale $\int_{\alpha}^1 (x-1)e^{-x} dx$:

Pour cela, on pose :

$$v(x) = x - 1$$

$$v'(x) = 1$$

$$w'(x) = e^{-x}$$

$$w(x) = -e^{-x}$$

On obtient :

$$\int_{\alpha}^1 (x-1)e^{-x} dx = \left[-(x-1)e^{-x} \right]_{\alpha}^1 + \int_{\alpha}^1 e^{-x} dx = (\alpha-1)e^{-\alpha} + \left[-e^{-x} \right]_{\alpha}^1 = -e^{-1} + \alpha e^{-\alpha}.$$

Il en résulte : $u_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha^2}{2} - (-e^{-1} + \alpha e^{-\alpha}) = \frac{1}{2} - e^{-1} - \frac{\alpha^2}{2} + \alpha e^{-\alpha}$

Soit \mathcal{A} la partie du plan délimitée par la courbe (\mathcal{C}) et les droites d'équations respectives $x = \alpha$, $x = 1$ et $y = 0$,

$$\mathcal{A} = \int_{\alpha}^1 f(x) dx u_a = u_1 u_a \quad \text{ou} \quad \mathcal{A} = 4 \int_{\alpha}^1 f(x) dx \text{ cm}^2 = 4u_1 \text{ cm}^2$$

Donc $u_1 = \frac{1}{1 \times u_a} \times \mathcal{A}$ ou encore $u_1 = \frac{1}{4} \times \mathcal{A} \text{ cm}^{-2}$.

b) Pour tout x positif, $-x \leq 0$ donc $0 < e^{-x} \leq 1$ d'où $0 < x e^{-x} \leq x \Leftrightarrow 0 < f(x) \leq x$

Par suite, pour tout entier naturel n non nul, $0 < [f(x)]^n \leq x^n$.

Il en suit : $0 \leq \int_{\alpha}^1 [f(x)]^n dx \leq \int_{\alpha}^1 x^n dx \Leftrightarrow 0 \leq u_n \leq \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1} \right]_{\alpha}^1$

$$\Leftrightarrow 0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+1} \alpha^{n+1}$$

Or $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+1} \alpha^{n+1} < \frac{1}{n+1}$ donc $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$

c) On a pour tout n de \mathbb{N}^* , $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$ et comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ alors

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

Exercice 3 :

1. Montrons par récurrence que : **pour tout entier naturel n** , $u_n \leq v_n$.

On a : $u_0 = 0$ et $v_0 = 1$ donc $u_0 \leq v_0$.

On suppose que : $u_n \leq v_n$, pour un certain rang n , et on montre que $u_{n+1} \leq v_{n+1}$.

$$u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} - \frac{3u_n + 2v_n}{5} = \frac{5(2u_n + v_n) - 3(3u_n + 2v_n)}{15} = \frac{u_n - v_n}{15} \leq 0 .$$

D'où le résultat.

2. Pour tout entier n , $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n + v_n}{3} - u_n = \frac{v_n - u_n}{3} \geq 0$ donc la suite (u_n) est croissante.

D'autre part , $v_{n+1} - v_n = \frac{3u_n + 2v_n}{5} - v_n = \frac{3(u_n - v_n)}{5} \leq 0$ donc la suite (v_n) est décroissante.

3. On a :

- ✓ pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \leq v_n$
- ✓ la suite (u_n) est croissante et la suite (v_n) est décroissante
- ✓ pour tout n de \mathbb{N} , $v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{1}{15}(v_n - u_n)$.

Posons pour tout n de \mathbb{N} , $t_n = v_n - u_n$, on donc $t_{n+1} = \frac{1}{15}t_n$

Ainsi : (t_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{15}$.

Et comme $\frac{1}{15} \in]-1,1[$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = 0$, il en résulte ainsi que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - u_n = 0$. Par conséquent, les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes et admettent la même limite ℓ .

Remarque : la suite (u_n) est croissante , la suite (v_n) est décroissante et pour tout entier naturel n $u_n \leq v_n$ donnent pour tout entier n , $0 = u_0 \leq u_n \leq v_n \leq v_0 = 1$.

Ainsi :

- ✓ la suite (u_n) est croissante et majorée par 1 donc (u_n) est converge vers un réel ℓ .
- ✓ la suite (v_n) est décroissante et minorée par 0 donc (u_n) est converge vers un réel ℓ' .
- ✓ Pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}$ entraine, par passage à la limite,

$$\ell = \frac{2\ell + \ell'}{3} \text{ d'où } \ell = \ell'$$

4. a) Pour tout n de \mathbb{N} ,

$$w_{n+1} - w_n = 9u_{n+1} + 5v_{n+1} - 9u_n - 5v_n = 2(2u_n + v_n) + 3u_n + 2v_n = 9u_n + 5v_n = w_n$$

donc la suite (w_n) est constante.

b) Pour tout n de \mathbb{N} , $w_n = w_0 = 9u_0 + 5v_0 = 5$.

$$\text{Par suite, } 5 = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 9u_n + 5v_n = 14\ell \quad \text{d'où } \ell = \frac{5}{14}.$$

Exercice 4 :

1. a) On a :

✓ ABC est un triangle rectangle en B et direct

$$\checkmark \left(\widehat{AB, AC} \right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

$$\text{Donc } \left(\widehat{CA, CB} \right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi].$$

$$\text{Il en résulte : } \frac{CB}{CA} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

Ainsi : $S(A) = B$.

Autre méthode :

On a d'une part :

✓ ABC est un triangle rectangle en B et direct

$$\checkmark \left(\widehat{AB, AC} \right) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

$$\text{Donc } \left(\widehat{CA, CB} \right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi].$$

Comme O est le centre du rectangle ABCD alors OC = OB alors le triangle OBC est équilatéral direct.

D'autre part : la forme réduite de la similitude directe S de centre C, de rapport

$$\frac{1}{2} \text{ et d'angle } \frac{\pi}{3} \text{ est } S = r_{\left(C, \frac{\pi}{3} \right)} \circ h_{\left(C, \frac{1}{2} \right)}.$$

O est milieu de [AC] donc $h_{\left(C, \frac{1}{2} \right)}(A) = O$ et le triangle OBC est équilatéral direct

$$\text{donc } r_{\left(C, \frac{\pi}{3} \right)}(O) = B. \quad \text{D'où } S(A) = r_{\left(C, \frac{\pi}{3} \right)} \circ h_{\left(C, \frac{1}{2} \right)}(A) = B.$$

b) On sait que $AC = 2 AO$, $AE = 2 AD$ et AOD est un triangle équilatéral direct donc

$AC = AE$ et $(\widehat{AC, AE}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ donc le triangle ACE est équilatéral direct.

On a : $(\widehat{CE, CO}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $\frac{CO}{CE} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2}$ donc $S(E) = O$.

2. a)

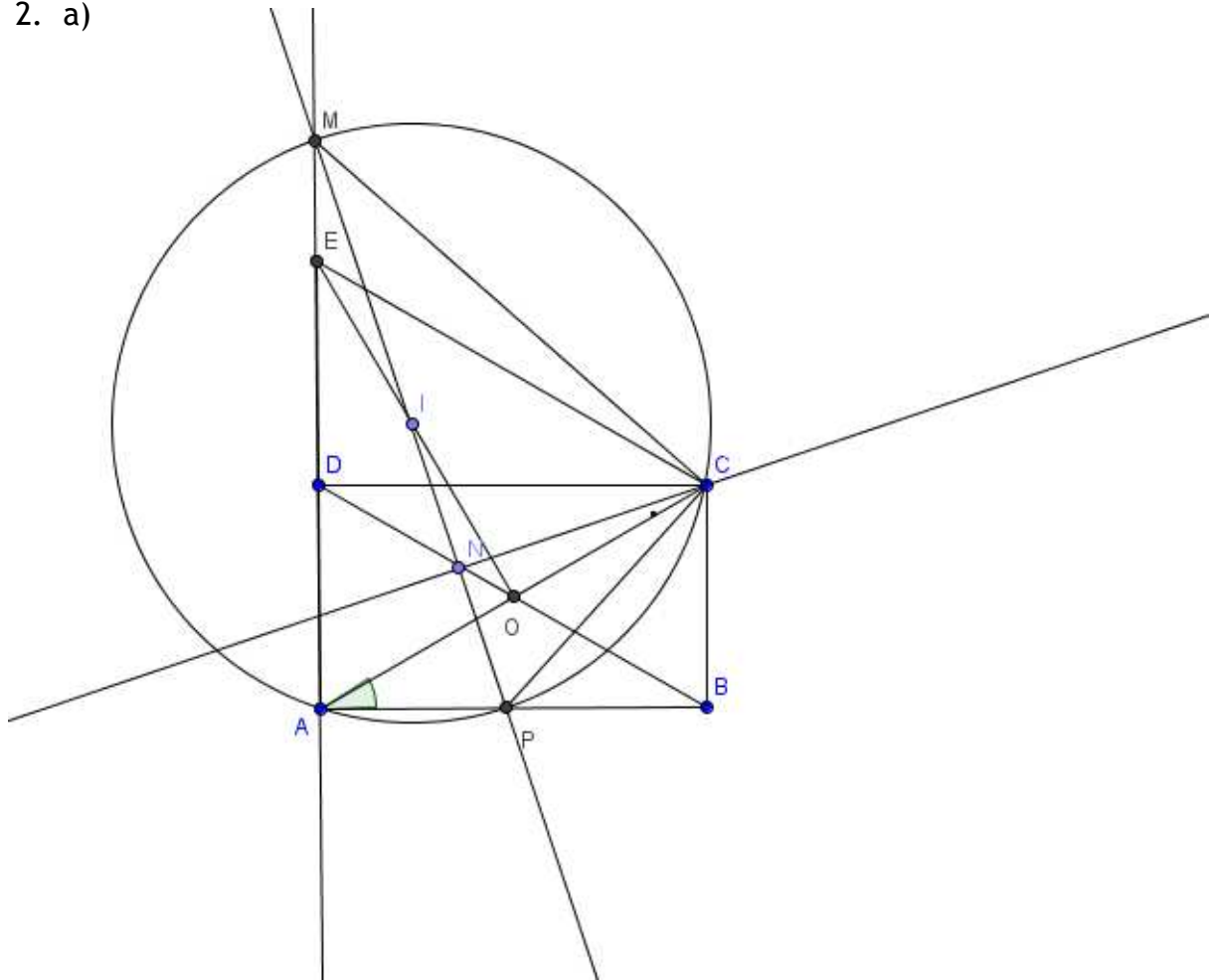


Figure à rendre en annexe

b) (OE) est la médiatrice du segment $[AC]$ et I appartient à (OE) donc $IA = IC$.
Comme A appartient à (Γ) alors C appartient aussi à (Γ) .

3. a) A, P, C et M sont quatre points du cercle (Γ) tels que A et P sont situés sur le même arc orienté dans les sens direct d'extrémités M et C donc

$$\begin{aligned} (\widehat{MP, MC}) &\equiv (\widehat{AP, AC})[2\pi] \\ &\equiv (\widehat{AB, AC})[2\pi] \\ &\equiv \frac{\pi}{6}[2\pi] \end{aligned}$$

b) $(\widehat{MN, MC}) \equiv (\widehat{MP, MC}) [2\pi] \Leftrightarrow (\widehat{MN, MC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$. Or le triangle CMN est rectangle en N et direct donc $(\widehat{CM, CN}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

D'où $\frac{CN}{CM} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

Par conséquent : $S(M) = N$.

4. $M \in (AE)$ donc $S(M) = N \in S((AE)) = (BO) = (BD)$ d'où les points B, D et N sont alignés.

Exercice 5 :

1. a) Comme $3 \times 0 + 4 \times (-2) = -8$ alors $(0, -2)$ est solution de l'équation (E).

b) On a $3x + 4y = -8 = 4 \cdot 0 + 4 \cdot (-2)$ alors $3x + 4(y + 2) = 0$ ou encore

$$3x = -4(y + 2).$$

3 et 4 sont premiers entre eux et 4 divise $3x$ donc 4 divise x d'où $x = 4k, k \in \mathbb{Z}$.

Il en résulte que :

$$3x = -4(y + 2) \Leftrightarrow 3(4k) = -4(y + 2) \Leftrightarrow y + 2 = -3k \Leftrightarrow y = -3k - 2$$

Inversement : si $(x, y) = (4k, -3k - 2)$ alors $3(4k) + 4(-3k - 2) = -8$.

Donc l'ensemble de solutions de l'équation (E) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ est $\{(4k, -3k - 2), k \in \mathbb{Z}\}$.

2. a) Si $M(x, y) \in (\Delta)$ alors $3x + 4y + 8 = 0$

Si de plus x et y sont entiers alors $x = 4k$ et $y = -3k - 2$ où $k \in \mathbb{Z}$.

Il en résulte que :

$$AM = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - (-2))^2} = \sqrt{(4k)^2 + (-3k)^2} = \sqrt{25k^2} = 5|k|$$

D'où AM est un multiple de 5.

- b) Si $N(x, y)$ est un point de (Δ) alors $3x + 4y + 8 = 0$ d'où $y + 2 = -\frac{3}{4}x$.

Il en suit :

$$AN = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - (-2))^2} = \sqrt{x^2 + \left(-\frac{3}{4}x\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{16}x^2} = \frac{5}{4}|x|$$

- c) Si AN est un multiple de 5 alors $\frac{5}{4}|x|$ est multiple de 5 d'où $|x|$ est multiple de 4 ou encore $x = 4k, k \in \mathbb{Z}$. Ainsi, x est entier.
 x est entier et $3x + 4y = -8$ donc y est entier.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :

<http://www.twitter.com/TunisieEtudes>

Notre page FaceBook :

<http://www.facebook.com/TunisieEtudes>

TUNISIE-ETUDES.INFO

Tous les documents BAC Avis de co

Newsflash

Tunisie-etudes.info vous aide dans votre préparation pour le concours de RENA. Documents de préparation pour le concours national tunisien de RENA

Home

Main Menu

- Home
- News
- Web Links
- Documents
- Primaire
- Collège
- Secondaire
- Supérieur

BIENVENUE SUR TUNISIE-ETUDES.INFO

Avis de concours

Écrit par Administrateur

Mercredi, 20 Janvier 2010 08:47

Accéder aux derniers avis de concours publier par les entreprises tunisiennes au jour le jour directement sur votre site

[Avis de concours en direct](#)

Accès aux documents

Écrit par Administrateur

Retrouvez nous sur FaceBook

Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

www.tunisie-etudes.info – www.algointro.info